

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 11.01.2022

Parte II - Testo 1

CdS Edilizia ☐

CdS AdC ☐

CdS SdA ☐

*Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

**Esercizio n. 1** (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità  $B$ ,  $M_B$ .

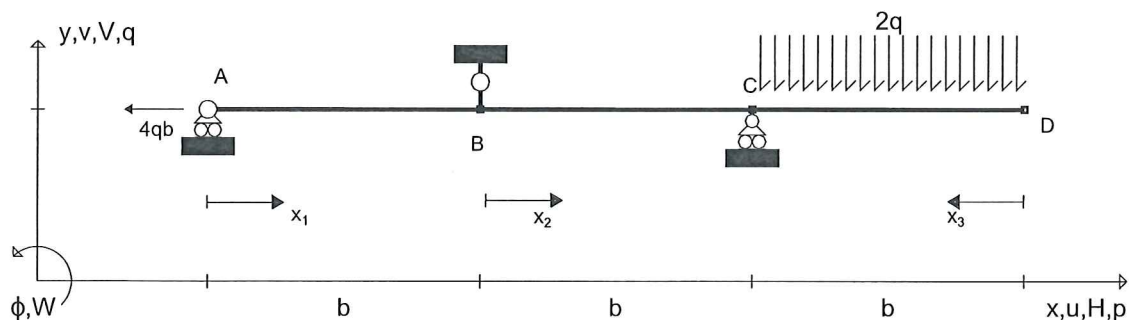
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto  $D$ ,  $v_D$ .

*Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 11.01.22\*001



Eq. di compatibilità:  $\psi_B(x, q) = 0$

## Esercizio n. 2 (7 punti)

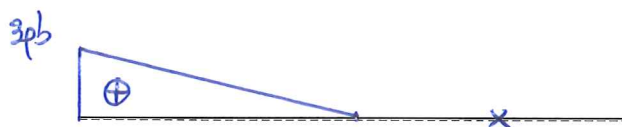
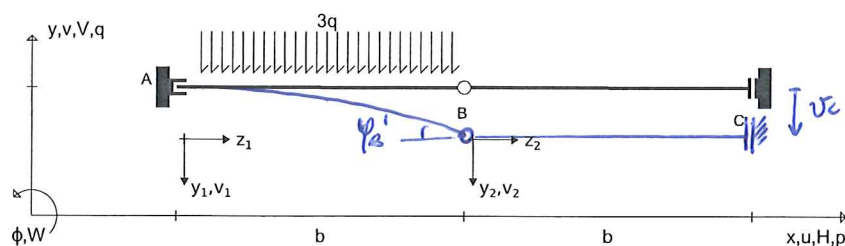
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti *A*, *B* e *C*.

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

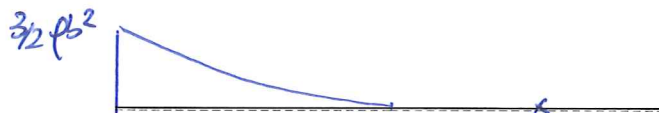
1. La deformata della linea d'asse,  $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$ ;
2. La sua derivata prima,  $v'(z) = v'_1(z_1) \cup v'_2(z_2)$ ;
3. Lo spostamento verticale del punto *C*,  $v_C$ ;
4. La rotazione del punto *B* relativa al tratto *AB*,  $\varphi_B^I$ .

Universita' di Cagliari

SdC\_SdA 11.01.22\*001



$\uparrow (+) \downarrow$



$\curvearrowright (+) \curvearrowleft$

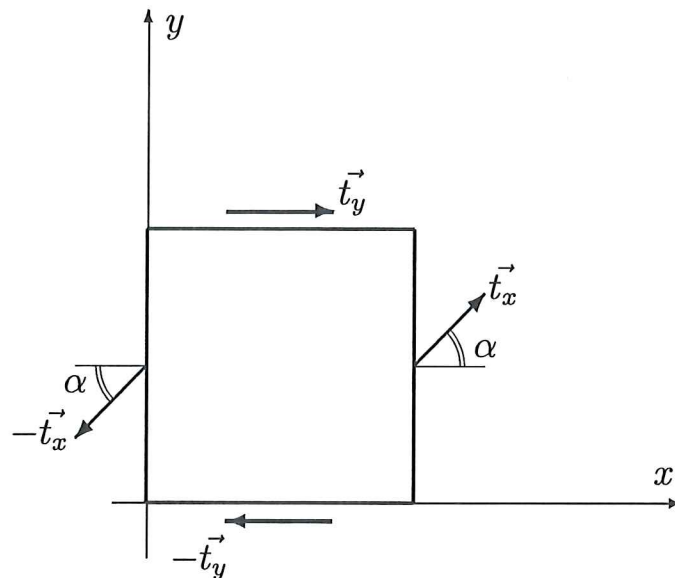
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 3pb; & M_A (\curvearrowright) &= \frac{3}{2}pb^2; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & M_C (\curvearrowright) &= 0; \\
 N_{AB} &= //; & T_{AB} &= 3pb - 3pz_1; & M_{AB} &= -\frac{3}{2}pb^2 + 3pbz_1 - \frac{3}{2}pz_1^2; \\
 N_{BC} &= //; & T_{BC} &= //; & M_{BC} &= //; \\
 \text{c.c in A} &= v_1(z_1=0)=0; & v_1'(z_1=0) &= 0; & \text{c.c in B} &= v_1(z_1=b) = v_2(z_2=0); \\
 & & \text{c.c in C} &= v_2'(z_2=b)=0; \\
 v_1(z_1) &= \frac{3qb^2}{4ES} z_1^2 - \frac{qb}{2ES} z_1^3 + \frac{q}{8ES} z_1^4; & v_1'(z_1) &= \frac{3pb^2}{2ES} z_1 - \frac{3pb}{2ES} z_1^2 + \frac{q}{2ES} z_1^3; \\
 v_2(z_2) &= \frac{3pb^4}{8ES}; & v_2'(z_2) &= //; \\
 v_C &= \frac{3pb^4}{8ES} (\downarrow); & \varphi_B^I &= -\frac{1pb^3}{2ES} (\uparrow);
 \end{aligned}$$

### Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi  $x$  e  $y$  ai vettori sforzo (piani)  $t_x$  e  $t_y$  rispettivamente; di questi  $t_x$  è inclinato rispetto all'asse  $x$  di un angolo  $\alpha = 45^\circ$  (sicché  $\cos \alpha = \sqrt{2}/2$ ;  $\sin \alpha = \sqrt{2}/2$ ) e ha modulo di valore  $|t_x| = 100$  MPa. L'altro vettore sforzo,  $t_y$ , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$  del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali,  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$ , e la massima tensione tangenziale,  $\tau_{\max}$ .

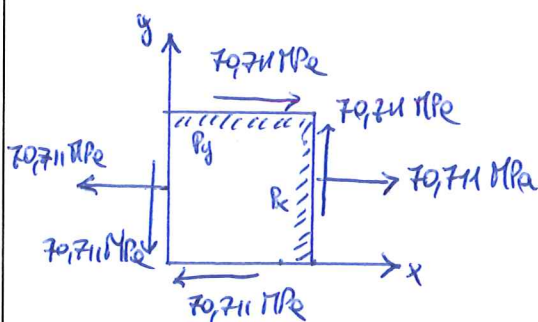
Determinare inoltre quanto vale l'angolo  $\varphi$  formato dall'asse  $x$  e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo,  $\sigma_1$ .



$\sigma_x = 70,711$  (MPa);  $\sigma_y = 0$  (MPa);  $\tau_{xy} = 70,711$  (MPa);

$\sigma_1 = 114,412$  (MPa);  $\sigma_2 = -43,702$  (MPa);  $\tau_{\max} = 78,057$  (MPa);

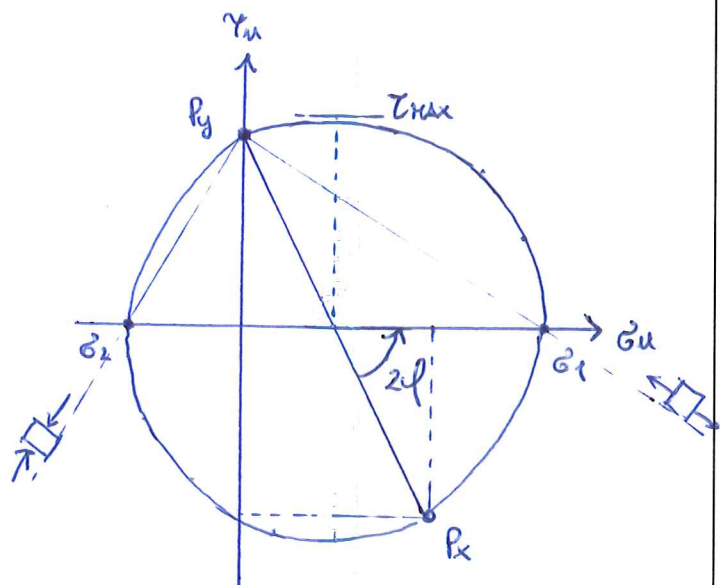
cerchio di Mohr:

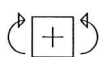
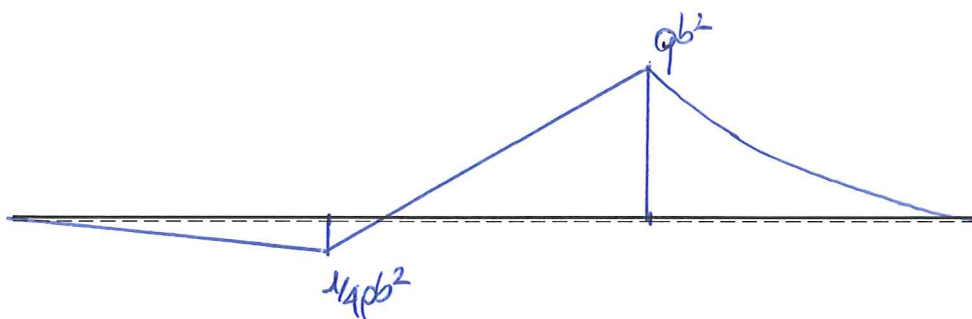
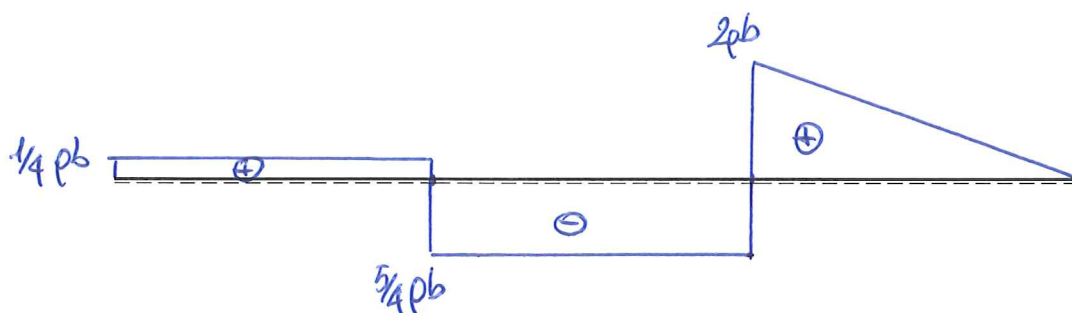


$P_x = (70,711, -70,711)$

$P_y = (0, 70,711)$

$\varphi = 32,7$  (°);





$V_A(\uparrow) = \dots\dots\dots 1/4 qb$	$H_B(\Rightarrow) = \dots\dots\dots 4pb$	$V_B(\uparrow) = \dots\dots\dots -3/2 pb$	$V_C(\uparrow) = \dots\dots\dots 13/4 pb$	$M_B(\curvearrowright) = \dots\dots\dots 1/4 pb^2$
$N_{AB} = \dots\dots\dots 4pb$	$T_{AB} = \dots\dots\dots 1/4 pb$	$M_{AB} = \dots\dots\dots 1/4 pb \times 1$		
$N_{BC} = \dots\dots\dots "$	$T_{BC} = \dots\dots\dots -5/4 pb$	$M_{BC} = \dots\dots\dots 1/4 pb^2 - 5/4 qb \times 2$		
$N_{DC} = \dots\dots\dots "$	$T_{DC} = \dots\dots\dots 2q \times 3$	$M_{DC} = \dots\dots\dots -9 \times 3^2$		
$V_D = \dots\dots\dots -13/24 qb$				